

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 5

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, линейкой и непрограммируемым калькулятором.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 ,
то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

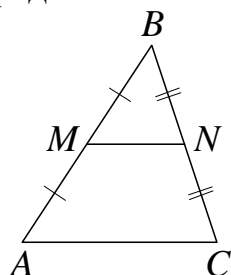
$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

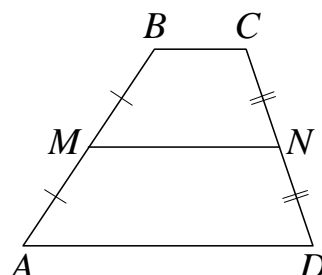
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



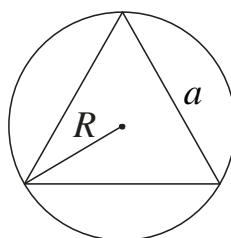
$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

$MN \parallel AD$

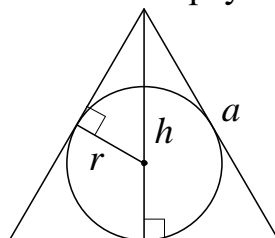
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



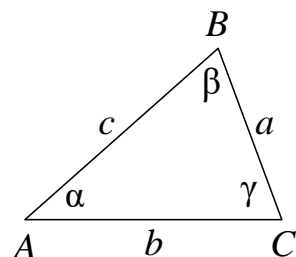
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



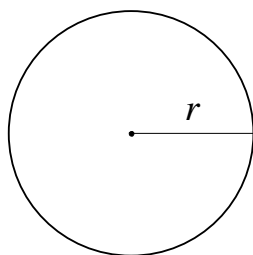
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

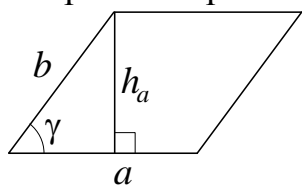


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

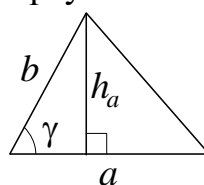
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

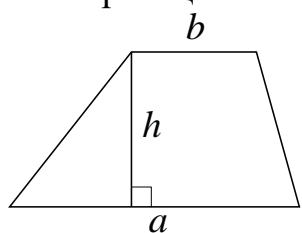
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

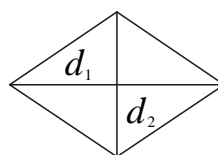
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

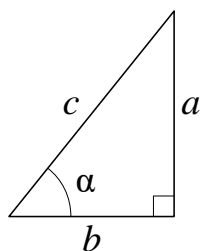
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

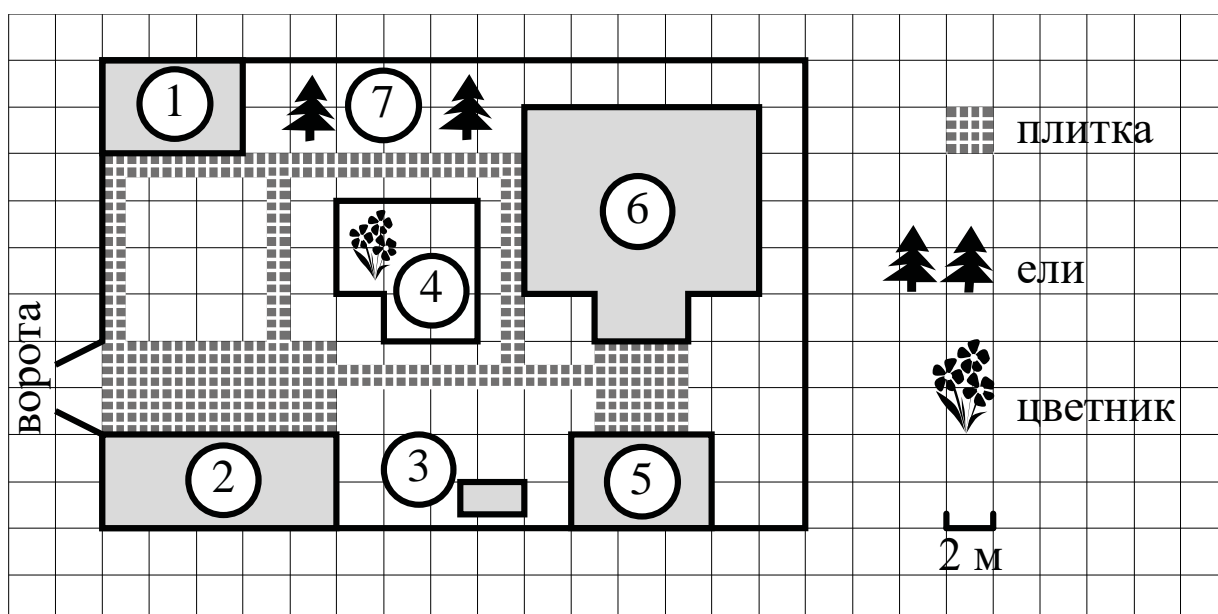
Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: СНТ «Прибор», 2-я Линия, д. 26 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится гараж, а слева в углу участка расположен сарай, отмеченный на плане цифрой 1. Площадь, занятая сараем, равна 24 кв. м.

Жилой дом находится в глубине территории и обозначен на плане цифрой 6. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется летняя беседка, расположенная напротив входа в дом, и мангал рядом с ней. На участке также растут ели. В центре участка расположен цветник.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 50 см × 50 см. Перед гаражом и между домом и беседкой имеются площадки площадью 40 и 16 кв. м соответственно, вымощенные такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

- 1** Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	цветник	гараж	мангал	беседка
Цифры				

- 2** Найдите площадь, которую занимает цветник. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 3** Тротуарная плитка продаётся в упаковках, рассчитанных на 3,5 кв. м. Сколько упаковок такой плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и обе площадки?

Ответ: _____.

- 4** Сколько процентов площади всего участка занимает сарай?

Ответ: _____.

- 5** Хозяин участка планирует установить в жилом доме систему отопления. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котёл)	Прочее оборудование и монтаж	Средн. расход газа/ средн. потребл. мощность	Стоимость газа/электро- энергии
Газовое отопление	28 000 руб.	16 540 руб.	1,1 куб. м/ч	4,8 руб./куб. м
Электр. отопление	22 000 руб.	14 444 руб.	5,8 кВт	4,4 руб./ (кВт · ч)

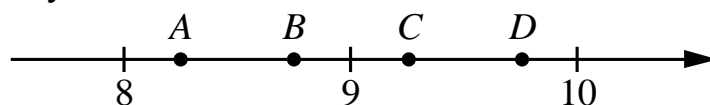
Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое отопление. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости покупки и установки газового и электрического оборудования?

Ответ: _____.

- 6** Найдите значение выражения $8,1 \cdot 7,2$.

Ответ: _____.

- 7** На координатной прямой отмечены точки A , B , C , D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{86}$. Какая это точка?



- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

Ответ:

- 8** Найдите значение выражения $7\sqrt{15} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{30}$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение $x^2 - 144 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

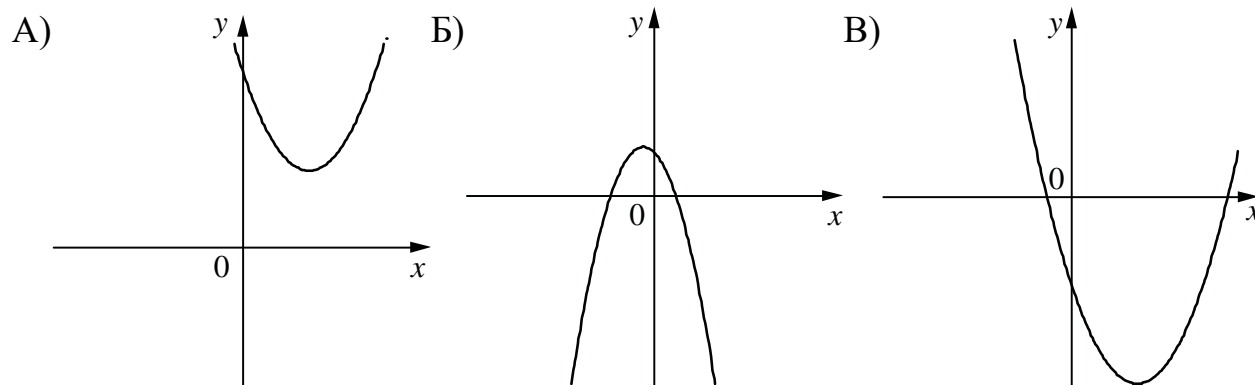
Ответ: _____.

10 У бабушки 15 чашек: 9 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

11 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $a > 0, c > 0$

2) $a > 0, c < 0$

3) $a < 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

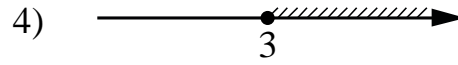
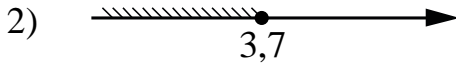
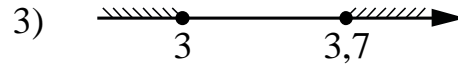
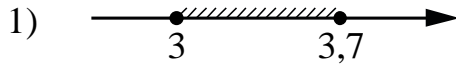
А	Б	В

12 Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 149 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x - 3,7 \leq 0, \\ x - 2 \geq 1. \end{cases}$$

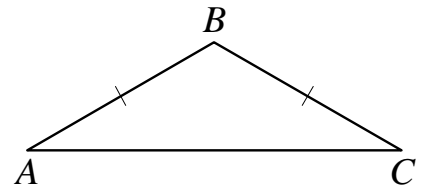


Ответ:

14 В амфитеатре 13 рядов. В первом ряду 18 мест, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

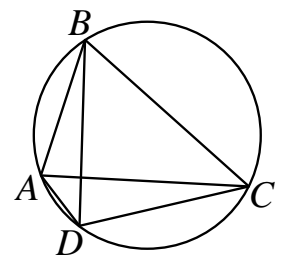
Ответ: _____.

15 В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 122^\circ$. Найдите угол BCA . Ответ дайте в градусах.



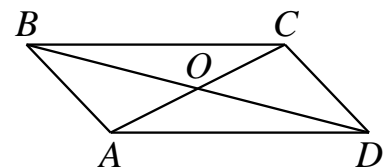
Ответ: _____.

16 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 54° , угол CAD равен 41° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

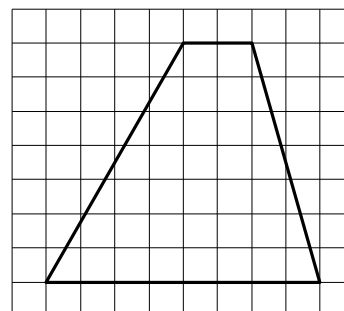
17 Диагонали AC и BD параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O , $AC = 12$, $BD = 20$, $AB = 7$. Найдите DO .



Ответ: _____.

18

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____.

19

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.
- 2) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90° градусам.
- 3) Биссектрисы треугольника пересекаются в точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x(x^2 + 4x + 4) = 3(x + 2)$.

21 Имеются два сосуда, содержащие 24 кг и 26 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 39% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

22 Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 3x) \cdot |x|}{x + 3}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

23 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 24$ и $CH = 6$. Найдите высоту ромба.

24 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.

25 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 2000, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.